

## ЭФФЕКТИВНОСТЬ МЕТОДОВ РАСЧЕТА КОНСТРУКЦИЙ НА СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ В ПРОГРАММНОМ КОМПЛЕКСЕ STARK ES

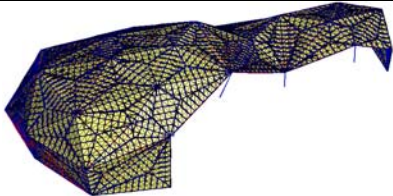
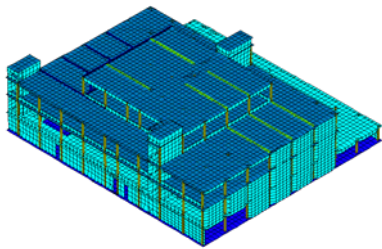
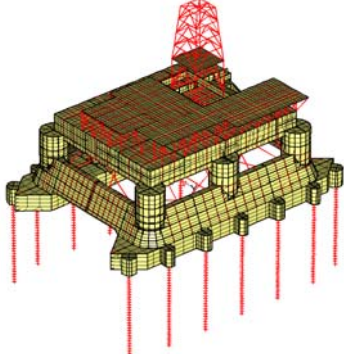
**Якушев В.Л.**, д.ф.-м.н., **Симбиркин В.Н.**, к.т.н, **Филимонов А.В.**, **Новиков П.А.**  
 ИАП РАН, ЕВРОСОФТ, г. Москва, Россия

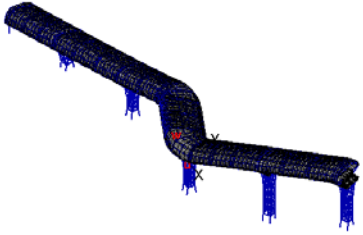
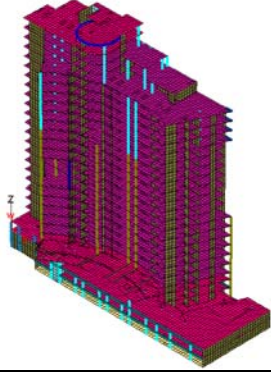
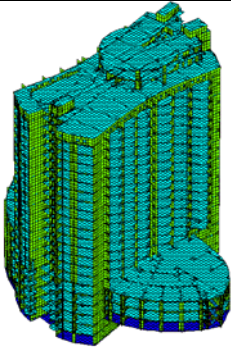
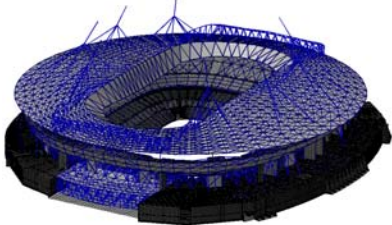
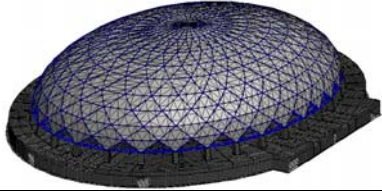
Расчет конструкций зданий и сооружений на собственные колебания методом конечных элементов, необходимый для проведения анализа работы конструкций при сейсмических и других динамических воздействиях, сводится к нахождению собственных значений и векторов большеразмерных матриц.

В программном комплексе STARK ES («ЕВРОСОФТ», Россия) [1], используемом при проектировании и исследовании строительных конструкций, реализованы два наиболее распространенных метода решения задач на собственные значения – метод итерирования подпространства [2] и блочный метод Ланцоша со сдвигами [2, 3, 4]. При этом алгоритм метода итерирования подпространства включен в коммерческую версию комплекса свыше десяти лет назад, а метод Ланцоша реализован в текущем году и в настоящее время находится в опытной эксплуатации. Планируется, что он будет поставляться пользователям следующей версии программного комплекса STARK ES 2011 2RUN.

В статье представлены результаты численного сопоставления скорости сходимости решения задачи собственных колебаний конструкций, полученного двумя методами. Для анализа отобран ряд моделей проектируемых строительных объектов из практики института ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко (г. Москва). Общий вид и основные характеристики расчетных моделей сооружений представлены в табл. 1.

**Таблица 1. Характеристики расчетных моделей**

№ п.п.	Название объекта			Общий вид КЭ-модели	
	Кол-во узлов	Кол-во элементов	Кол-во неизвестных перемещений	Плотность матрицы жесткости, %	Кол-во искомых собственных пар
1	Оболочка покрытия Второй сцены Мариинского театра, Санкт-Петербург				200
	22 733	6 670	40 020		
2	Спортивно-досуговый центр				200
	15 801	14 797	88 782		
3	Нефтедобывающая платформа				150
	28 623	17 312	98 650		

4	Горнолыжный спуск «Воробьевы Горы», Москва				
	34 822	18 760	112 560	0.166	150
5	Высотное здание комплекса «Новосити», Новороссийск				
	33 612	32 626	195 024	0.139	40
6	Жилой комплекс «Королевский парк», Сочи				
	62 408	42 762	256 572	0.222	25
7	Стадион «Газпром-Арена», Санкт-Петербург, модель I				
	230 386	159 686	798 230	0.026	200
8	Большая ледовая арена, Сочи				
	172 285	148 315	889 890	0.047	75
9	Высотное здание 1				
	270 695	284 000	1 623 600	0.014	10
10	Стадион «Газпром-Арена», Санкт-Петербург, модель II			см. модель I	
	426 071	577 500	2 534 446	0.012	10
11	Высотное здание 2				
	541 295	568 000	3 247 200	0.006	10
12	Высотное здание 3				
	811 895	852 000	4 870 800	0.004	6

В представленной выборке примеров присутствуют разнообразные по своим свойствам модели различных сооружений с числом неизвестных узловых перемещений от сорока тысяч до почти пяти миллионов.

В табл. 2 приведено время решения задачи собственных колебаний для рассматриваемых моделей двумя методами. Все расчеты были выполнены на персональном компьютере с процессором Intel Core 2 Duo E6400, 2133 МГц, объем оперативной памяти 2048 Мб, работающим под ОС MS Windows XP Professional 5.1.2600.

**Таблица 2. Время решения проблемы собственных значений**

Номер модели	Время расчета, мин		$t_p/t_L$
	методом итераций подпространств $t_p$	методом Ланцоша $t_L$	
1	463.0	3.0	152.8
2	285.2	10.9	26.2
3	424.8	6.4	66.7
4	506.5	5.9	86.3
5	745.4	18.6	40.1
6	406.2	70.4	5.8
7	4377.0	659.7	6.6
8	1344.2	946.7	1.4
9	83.5	50.0	1.7
10	725.2	648.3	1.1
11	-	266.2	-
12	-	938.9	-

Как видно из табл. 2, во всех случаях алгоритм метода Ланцоша оказался быстрее алгоритма метода итерирования подпространства в несколько и даже в несколько десятков раз. Следует заметить, что такое увеличение скорости решения задачи обязано не только самому методу Ланцоша, но и более эффективному алгоритму решения систем линейных алгебраических уравнений высокого порядка, реализованному в программе в последнее время. Данный алгоритм позволяет решать системы до восьми миллионов уравнений прямым методом без применения декомпозиции исходной задачи на суперэлементы или подконструкции. Метод же итераций подпространства при расчетных схемах относительно большой размерности (несколько сотен тысяч неизвестных) в STARK ES применяется только в сочетании с методом подконструкций [5], а решение этим методом задач, содержащих более 1.5 миллиона неизвестных, становится весьма затруднительным. Прочерки в табл. 2 свидетельствуют о невозможности решения данных задач в STARK ES методом итерирования подпространства.

Кроме того, выполнен анализ скорости сходимости рассматриваемых методов при различном числе определяемых собственных значений на примере первых двух расчетных моделей. Полученные графики представлены на рис. 1.

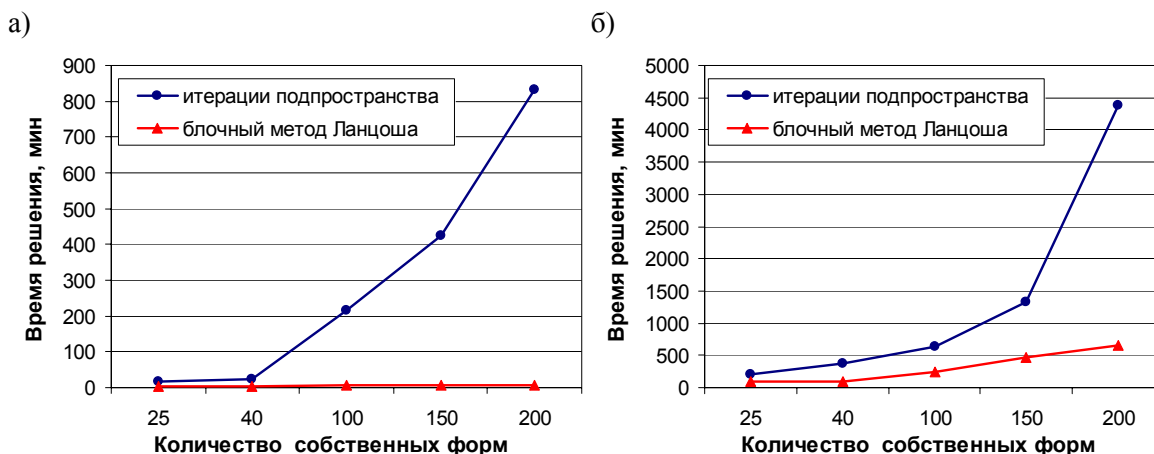


Рис. 1. Скорость решения задачи для модели 3 (а) и для модели 7 (б).

Из рис. 1 видно, что для метода итерирования подпространства характерно замедление скорости сходимости и увеличение времени решения задачи при возрастании количества собственных форм, а блочный метод Ланцоша показывает практически постоянную скорость решения.

Таким образом, применение метода Ланцоша является более эффективным благодаря его почти линейной скорости сходимости относительно числа искомых собственных значений, в отличие от практически квадратичной сходимости метода итерирования в подпространстве. В ПК STARK ES выигрыш в скорости решения одной и тоже задачи методом Ланцоша по сравнению с методом итераций подпространств наблюдается практически во всех случаях и достигает 150 раз.

### **Литература**

1. Жук Ю.Н., Симбиркин В.Н. Программный комплекс STARK ES// Современное высотное строительство: монография. – М.: ИТЦ Москомархитектуры, 2007. – 464 с.
2. K.J. Bathe. Finite Element Procedures. – Prentice Hall, 1996.
3. K. Meerbergen, J. Scott. The design of a block rational Lanczos code with partial reorthogonalization and implicit restarting. – Rutherford Technical Report RAL-TR-2000-011, 2000.
4. G.H. Golub, R. Underwood. The Block Lanczos Method for Computing Eigenvalues// Mathematical Software III, Academic Press, New York, 1977.
5. Жук Ю.Н., Симбиркин В.Н., Филимонов А.В., Якушев В.Л. Применение метода подконструкций для решения больших задач методом конечных элементов// С.-Петербургский научный форум «Наука и общество», Информационные технологии: Тезисы докладов, С.-Петербург, 21-25 сентября 2009 г. – С. 255-259.